

Практико-ориентированные задачи на уроках математики (дидактические материалы)

Составители:

Коник Ольги Юрьевна, доцент кафедры математического образования
ГАУ ДПО «СОИРО»

Миронова Марина Геннадиевна, ст. методист, ст. преподаватель кафедры
математического образования ГАУ ДПО «СОИРО»

1. Задачи на переливание
 2. Задачи на переправы и разъезды
 3. Задачи, решаемые с «конца»
 4. Задачи на отыскание чисел по их сумме, разности или кратному отношению
 5. Задачи на совместную работу
 6. Задачи на движение
 7. Задачи на применение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей
 8. Задачи на проценты
 9. Составление практико-ориентированных задач учащимися
- Ответы
- Список литературы

1. Задачи на переливание

Пример решения задачи

Из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, надо отлить 4 литра с помощью двух пустых бидонов: трехлитрового и пятилитрового.

Решение.

1 способ.

Переливаем из восьмилитрового ведра 5 литров молока в пятилитровое. Переливаем из пятилитрового ведра 3 литра в трёхлитровое. Переливаем их теперь в восьмилитровое ведро. Итак, теперь трёхлитровое ведро пусто, в восьмилитровом 6 литров молока, а в пятилитровом - 2 литра молока. Переливаем 2 литра молока из пятилитрового ведра в трёхлитровое, а потом наливаем 5 литров из восьмилитрового в пятилитровое. Теперь в восьмилитровом 1 литр молока, в пятилитровом - 5, а в трёхлитровом - 2 литра молока. Переливаем 1 литр молока из пятилитрового в трехлитровое. Задача решена.

Удобнее записывать решение в виде таблички:

8л	8	3	3	6	6	1	1
5л	0	5	2	2	0	5	4
3л	0	0	3	0	2	2	3

2 способ.

Нальем до половины оба бидона (половина определяется при помощи наклона бидонов). Получим 2,5 и 1,5 литров молока в пятилитровом и трехлитровом бидонах соответственно. Выльем все молоко из трехлитрового в пятилитровый бидон. Получим в нем 4 литра молока.

Задачи для самостоятельного решения.

1.1. Имеются два сосуда: один объемом 4 литра, а другой объемом 9 литров. Получится ли с их помощью налить из озера ровно 6 литров воды? Разрешается переливать всю воду из одного сосуда в другой и выливать воду из любого из них обратно в озеро.

1.2. Старик подошел к реке с двумя ведрами, вмещающими 15 литров и 16 литров. Удастся ли ему налить (отмерить) при помощи этих ведер ровно 8 литров воды?

1.3. Отлейте из бочки ровно 13 литра кваса при помощи двух бидонов: один емкостью 17 литров, а другой емкостью 5 литров.

1.4. Бочка вмещает 12 ведер воды. Для полива с вечера ее наполнили доверху. Имеются две пустые бочки, вмещающие 5 ведер и 8 ведер воды. Разлейте содержимое бочки поровну.

1.5. В канистре не менее 10 литров керосина. Можно ли отлить из нее 6 литров керосина, используя девятилитровую и пятилитровую канистру?

1.6. В бочке не менее 13 ведер воды. Можно ли из нее отлить ровно 8 ведер, если имеются две пустые бочки, вмещающие 9 и 5 ведер?

1.7. Имеется два полных бидона яблочного сока по 10 литров в каждом. Как налить из них в две пустые кастрюли объемами 4 литра и 5 литров по 2 литра молока?

1.8. Бидон емкостью 10 литров наполнен квасом. Требуется перелить из него 5 литров в семилитровый бидон, при помощи еще одного трехлитрового бидона. Как это сделать?

1.9. В шестилитровом ведре 4 литра парного молока, а в семилитровом — 6 литров. Как из шестилитрового ведра вылить ровно 1 литр при помощи еще одной трехлитровой банки?

2. Задачи на переправы и разъезды

2.1. Знаменитая задача про волка, козу и капусту:

Фермеру необходимо переправить через широкую реку капусту, козу и волка. Но беда в том, что в лодке с человеком есть одно место или для капусты или для козы или для волка. Если фермер оставит козу с волком, то волк может съесть козу, а если оставить капусту с козой, то она съест капусту. В присутствии фермера никто никого не ест. Подскажите ему способ переправы на другой берег?

2.2. Отряд солдат подошел к реке и задумал через нее переправиться. Однако мост оказался сломанным, а река очень глубокой. Рядом с берегом в лодке сидят 2 мальчика, но их лодка настолько маленькая, что на ней можно переправиться на другой берег или только одному солдату или только двум мальчикам — не больше. Как им переправиться?

2.3. Четыре рыцаря с оруженосцами хотят переправиться через глубокую реку на лодке без гребца, вмещающая не более двух человек. Недалеко от места переправы есть островок, на котором можно высаживаться. Как можно переправиться с условием, что нигде (ни на берегах, ни в лодке, ни на острове) ни один оруженосец не находился в компании чужих для него рыцарей?

2.4. Поезд М приближается к железнодорожной станции и его обгоняет быстро едущий поезд из города N, который нужно пропустить вперед. От главного пути, около станции, отходит боковая ветка – тупик, на которую

временно можно оттащить вагоны с главного пути, но она так мала, что может вместить весь поезд М. Как можно пропустить поезд N вперед?

2.5. По речному каналу один за другим плывут три парохода: М;N и К. Навстречу им плывут еще три парохода, идущие также один за другим: Р;H и Е. Канал такой ширины, что два парохода не могут в нем разъехаться, но в конце одной из сторон канала есть карман в виде залива. В него можно отвести только один из пароходов. Могут ли эти пароходы разъехаться около этого кармана?

3. Задачи, решаемые с «конца»

Пример решения задачи

Женщина продавала яблоки. Первая покупательница купила у нее половину всех яблок и еще пол-яблока, вторая — половину оставшихся и еще пол-яблока, а третья купила последние 5 яблок. Сколько яблок принесла женщина на продажу?

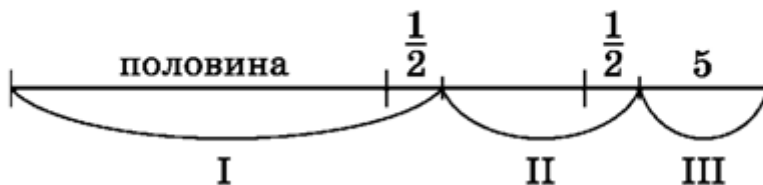
Арифметический метод

По ходу усвоения содержания задачи необходимо составить схему в отрезках, которая окажет существенную помощь в ее решении. На начальном этапе обучения решению задач такого вида целесообразно предлагать учащимся схему 1 или схему 2 в готовом виде.

Схема 1



Схема 2



После подробного анализа схем легко записать решение задачи по действиям.

Решение (рассуждение с «конца» задачи):

1) $5 + \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$ — яблок в половине остатка;

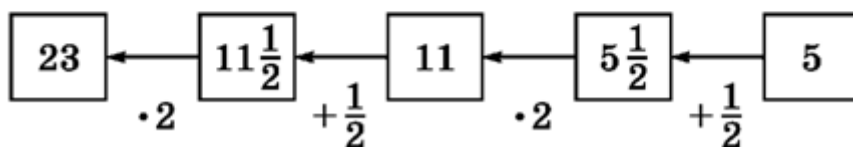
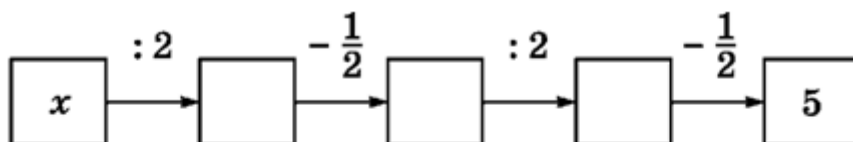
2) $5\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = 11$ — яблок в остатке;

3) $11 + \frac{1}{2} = 11\frac{1}{2}$ — яблок в половине всего количества;

4) $11\frac{1}{2} + 11\frac{1}{2} = 23$ — всего яблок.

В учебниках Л.Г. Петерсон предложены следующие варианты оформления арифметического решения подобных задач.

x	23
$:2$	$11\frac{1}{2} \cdot 2$
$-\frac{1}{2}$	$11 + \frac{1}{2}$
$:2$	$5\frac{1}{2} \cdot 2$
$-\frac{1}{2}$	$5 + \frac{1}{2}$
-5	0+5
0	0



Метод подбора

Если в задаче небольшие числовые данные, то при ее решении можно воспользоваться методом подбора.

Рациональный подбор предполагает прежде всего предварительную прикидку возможного количества яблок. Из условия задачи следует, что их численное значение немногим больше 20, так как 5 яблок меньше, чем четверть их общего количества. Допустим, что яблок могло быть 21, 22, 23, 24 или 25. Однако осознание условия «половина и еще пол-яблока» приводит к выводу, что количество яблок — нечетное число. Остаются числа 21, 23 и 25. Из выделенных чисел лучше всего проверить первым среднее по величине — 23.

Если все условия выполняются, то решение найдено, в противном случае, в зависимости от полученного в ходе проверки результата, следует сделать еще одну пробу.

Задачи для самостоятельного решения.

3.1. Было 20 яблок. Съели 7 яблок. Верны ли высказывания?

- Яблок осталось $\frac{1}{2}$ от того, что было, да еще 3 яблока.
- Яблок осталось $\frac{3}{5}$ от того, что было, да еще одно яблоко.

3.2. Рыбак поймал 8 окуней и еще половину улова. Каков весь улов?

3.3. Кирпич весит 2 кг и еще треть собственного веса. Сколько весит кирпич?

3.4. На одну чашку весов положили кусок сыра, а на другую — $\frac{3}{4}$ такого же куска и еще гирю в 1 кг. Установилось равновесие. Найди массу куска сыра.

3.5. Если лиса Алиса даст коту Базилио 10 монет, то монет у них станет поровну. Сколько монет у них было первоначально?

3.6. Встретились однажды крокодил Гена и Чебурашка. Гена угостил друга пятью яблоками. После этого у него осталась половина всех яблок и еще 2 яблока. Сколько яблок было у крокодила Гены?

3.7. Водяной поймал 8 лягушек. На завтрак он съел 4 лягушки, на обед — половину остатка и еще 2 лягушки. Удастся ли Водяному поужинать?

3.8. У Маши на 6 конфет больше, чем у Кати. Сколько конфет Маша должна отдать Кате, чтобы конфет у них стало поровну?

3.9. На трех деревьях сидели 36 галок. Когда с первого дерева перелетели на второе 6 галок, а со второго на третье — 4 галки, то на всех трех деревьях птиц оказалось поровну. Сколько галок было первоначально на каждом дереве?

3.10. У Пети на книжной полке стояли книги. Если сначала взять половину всех книг и еще 5 книг, а затем четвертую часть остатка и еще 3 книги, то на полке останется 9 книг. Сколько всего книг у Пети на полке?

3.11. Маша испекла 4 пирожка с капустой, 8 пирожков с малиной и 13 пирожков с вишней. Коля съел $\frac{1}{5}$ часть всех пирожков и еще 2 пирожка, а Валя — половину остатка и еще 1 пирожок. Сколько пирожков осталось на тарелке?

3.12. Доктор вылечил в первый день 100 зверей, а во второй — оставшуюся третью часть всех зверюшек. Сколько больных зверей вылечил добрый доктор за 2 дня?

3.13. Аленушка принесла из леса орехи. Половину орехов она отдала братцу Иванушке, а половину оставшихся — его другу. Последние 10 орехов Аленушка съела сама. Сколько орехов принесла Аленушка из леса?

3.14. Никита целый месяц копил для Лены конфеты. В первый день Лена съела половину всех конфет и еще 2 конфеты, во второй — $\frac{1}{2}$ оставшихся конфет и еще 3 конфеты, в третий день — половину нового остатка и последние 10 конфет. Сколько конфет Никита подарил Лене?

3.15. За четыре дня Буренка дала некоторое количество молока. Из половины всего молока и еще 5 л сделали творог, из $\frac{1}{2}$ оставшегося молока сделали сметану. После этого в бидоне осталось 10 л молока. Сколько литров молока давала Буренка ежедневно, если в каждый день молока было одинаковое количество?

3.16. Вечером доярка Нина разлила 48 л молока в три фляги. Потом она увидела, что разлила молоко неравномерно и уравнила количество молока во флягах. Сначала из первой фляги перелил 6 л во вторую, а затем из второй перелил в третью 4 л. Сколько литров было в каждой фляге?

3.17. Тетя Нюра пожарила блинчики. Ира съела половину приготовленных блинчиков и еще один блинчик. Максим съел половину остатка и еще один блинчик, а Никита съел половину последнего остатка и последний блинчик. Сколько блинчиков пожарила тетя Нюра.

3.18. Папа пошел в магазин. На первую покупку он истратил $\frac{3}{4}$ всех своих денег и еще одну монету. На вторую покупку он истратил $\frac{3}{4}$ остатка и еще одну монету. На последнюю покупку он снова истратил $\frac{3}{4}$ остатка и последнюю монету. Сколько монет было у папы?

3.19. Андрей прочитал книгу за 2 дня. Во второй день он прочел $\frac{1}{3}$ того, что он прочитал в первый день. Сколько страниц он прочитал во второй день, если во всей книге 80 страниц?

3.20. Турист проехал намеченный путь за 2 дня. В первый день он проехал $\frac{2}{5}$ того, что проехал во второй. Сколько километров он проехал во второй день, если весь путь составил 140 км?

3.21. Столб врыт в землю. Часть столба, находящаяся в земле составляет $\frac{5}{12}$ той части, которая находится над землей. Найдите глубину, на которую врыт столб.

3.22. Полина прочитала $\frac{5}{7}$ книги, а Софья — $\frac{2}{7}$ такой же книги. Сколько страниц в этой книге, если Полина прочла больше Софьи на 63 страницы?

3.23. В первый день в магазине продали $\frac{2}{9}$ всей завезенной вишни, а во второй — $\frac{4}{9}$ всей завезенной вишни. Сколько килограммов вишни завезли, если во второй день продали на 90 кг больше, чем в первый?

3.24. Имеется две одинаковые бочки с водой. Из первой вылили $\frac{3}{11}$ бочки, а из второй — $\frac{7}{11}$ бочки. Сколько литров воды было в каждой бочке, если из второй бочки вылили на 220 литров воды больше, чем из первой.

3.25. Количество отсутствующих учеников в классе составляет $\frac{1}{10}$ числа присутствующих. Когда из этого класса вышло 6 учеников, число отсутствующих составило $\frac{4}{7}$ числа присутствующих. Сколько всего учеников в этом классе?

3.26. Преподаватель по математике проверял тетради с итоговой контрольной работой за 6 класс. До обеда число проверенных работ составляло $\frac{1}{12}$ числа не проверенных. После обеда он проверил еще 4 работы и число проверенных составило $\frac{3}{10}$ от числа не проверенных. Сколько всего имелось работ?

3.27. В коробке лежат красные и белые шары. Количество красных шаров составляет $\frac{5}{14}$ числа белых. После того, как 12 белых шаров покрасили в красный цвет, количество красных составило $\frac{7}{12}$ числа белых. Сколько шаров в коробке?

3.28. После того, как почтальон проехал 1 км и еще половину оставшегося пути до почты, ему осталось проехать $\frac{1}{4}$ всего пути и еще 1 км. Чему равен путь почтальона?

3.29. После того, как туристы проехали 2 км на машине и еще $\frac{5}{6}$ остатка всего маршрута, им осталось до конца маршрута проехать $\frac{1}{7}$ всего пути и последние 3 км. Найдите длину туристического маршрута?

4. Отыскание чисел по их сумме, разности или кратному отношению

Примеры решения задач

Задача 1. На школьном участке посадили 20 лип и кленов, причем на каждую липу приходится 4 клена. Сколько лип посадили?

Практический метод

Изобразим каждое дерево символом. Известно, что на каждую липу приходятся 4 клена. Поэтому каждому символу, обозначающему липу, поставим в соответствие четыре символа клена.



Арифметический метод

1) $1 + 4 = 5$ (частей) — в общем количестве;

2) $20 : 5 = 4$ (дер.) — в одной части;

3) $1 * 4 = 4$ (липы);

4) $20 - 4 = 16$ или $4 * 4 = 16$ (кленов)



Задача 2. Бабушке столько лет, сколько внуку месяцев. Вместе им 65 лет. Сколько лет бабушке? Сколько лет внуку?

Уточнение условия задачи (1 год = 12 месяцев, следовательно, бабушка в 12 раз старше внука) приводит к его переформулировке: «Внуку и бабушке вместе 65 лет, причем бабушка в 12 раз старше внука».

Арифметический метод

Эта задача легко решается средствами алгебры, однако в начальной школе предпочтительнее арифметическое решение.

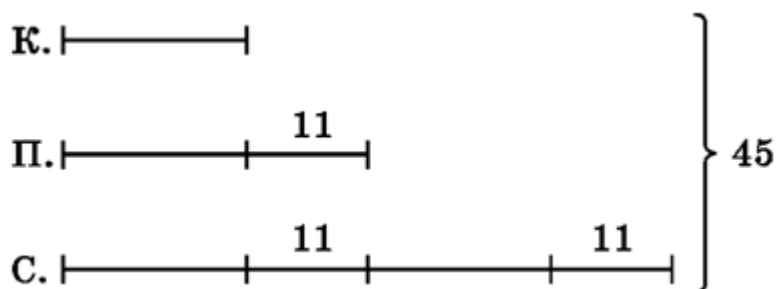
1) $1 + 12 = 13$ — частей в суммарном значении возраста;

2) $65 : 13 = 5$ — лет внуку;

3) $65 - 5 = 60$ или $5 * 12 = 60$ — лет бабушке.

Задача 3. Возвращаясь с рыбалки, мальчики подсчитывали свой улов. Оказалось, что у Саши вдвое больше окуней, чем у Пети, а у Коли на 11 окуней меньше, чем у Пети. Общее число окуней выражается двузначным числом, меньшим 50, количество единиц в котором на единицу больше количества десятков, а «сумма» цифр равна 9. Каков улов каждого мальчика?

Очевидно, что общее число окуней равно 45. Изобразим условие схемой.



1) $11 * 3 = 33$ (ок.);

2) $45 - 33 = 12$ (ок.);

3) $12 : 4 = 3$ (ок.) — у Коли;

4) $3 + 11 = 14$ (ок.) — у Пети;

5) $14 * 2 = 28$ (ок.) — у Саши.

Проверка: $3 + 14 + 28 = 45$, $45 = 45$.

Задачи для самостоятельного решения.

4.1. Расстояние от Саратова до села Ириновка равно 60 км. Часть этого пути идет в гору, часть — горизонтально и часть — под гору. Путь под гору в 3 раза меньше горизонтального участка пути и на 10 км меньше, чем в гору. Найди длину каждого участка пути.

4.2. Доктор вылечил за 3 дня 49 больных зверей. В первый день он вылечил на 3 зверей больше, чем во второй день, и в 2 раза меньше, чем в третий. Сколько зверей вылечил доктор в третий день?

4.3. Периметр треугольника равен 16 см. Длина первой стороны на 2 см меньше второй и на 1 см больше третьей стороны. Найди длины сторон треугольника.

4.4. Трех братьям вместе 18 лет. Ивану в 3 раза больше лет, чем Матвею, а Тимофей на 3 года старше Матвея. Сколько лет может быть их сестре Марусе, если известно, что она младше Ивана, но старше Тимофея?

4.5. У Кати вдвое больше цветных карандашей, чем у Раи, а у Светы на 13 карандашей меньше, чем у Раи. Сколько цветных карандашей у каждой девочки, если общее их количество выражается двузначным числом, меньшим 50, «сумма» цифр которого равна 11?

4.6. В саду на двух кустах росли 24 розы — белые и красные. Белых роз было в 3 раза больше, чем красных. Сколько роз цвело на каждом кусте?

4.7. В стаде были коровы и овцы, всего 560 голов. Через месяц число коров увеличилось на 16. Тогда коров стало в 15 раз меньше, чем овец. Сколько коров было в стаде вначале?

4.8. На запасных путях станции стояли два состава с одинаковыми вагонами. В одном составе на 12 вагонов больше, чем в другом. Когда от каждого состава отцепили по 6 вагонов, то длина одного состава оказалась в 4 раза больше длины другого. Сколько вагонов было в каждом составе?

4.9. Длину отрезка сначала измерили в сантиметрах, а затем в миллиметрах. Во втором случае получили число на 135 больше, чем в первом. Какова длина отрезка в сантиметрах?

4.10. В двух карманах у Миши находится 37 шоколадных конфет, причем в одном из них количество конфет больше, чем в другом, на наибольшее однозначное число. Сколько шоколадных конфет в каждом кармане у Миши?

4.11. В саду цветет 16 кустов белых и желтых роз, причем на каждый куст желтых роз приходится 3 куста белых роз. Сколько кустов белых роз цветет в саду?

4.12. Слава тяжелее Пети в 3 раза и на 30 кг. Какое число покажет стрелка весов, если друзья встанут на них вместе?

4.13. Во время поездки в город фермер приобрел некоторое количество куриц и свиней, всего 479 голов. Через полгода число свиней увеличилось на 17. Тогда свиней стало в 15 раз меньше, чем куриц. Сколько свиней было куплено сначала?

4.14. В зоопарке строго контролируются условия, в которых живут его обитатели. Они постоянно получают пищу. На слона и альпийскую корову в день расходуют 160 кг травы. Слон съедает в день 5 одинаковых порций, а корова — 3 такие же порции. Сколько килограммов травы съедает в день слон?

5. Задачи на совместную работу

Эти задачи относятся к задачам на процессы. Их отличительной особенностью является наличие в условии только одной величины, характеризующей процесс работы (времени), тогда было известно две величины. Решение задач данного вида основывается на условном принятии неизвестной величины (работы) за единицу.

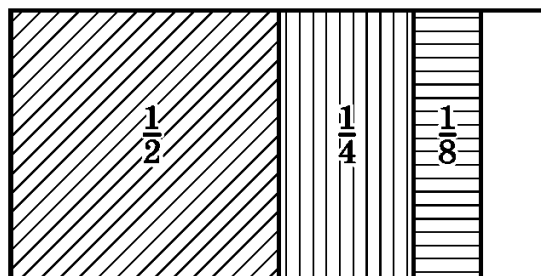
Примеры решения задач

З а д а ч а. Из-под земли бьют три источника. Первый заполняет бассейн за 2 дня, второй — за 4 дня, а третий — за 8 дней. За какое время наполнят бассейн все три источника вместе?

Графический метод

В данной задаче можно выделить три величины: 1) объем работы — неопределенное неизвестное; 2) скорость выполнения работы (производительность); 3) временные затраты (время). Общий способ решения задач такого типа (на совместную работу) основывается на условном принятии неизвестного объема работы за единицу и нахождении общей производительности с помощью алгоритма сложения обыкновенных дробей с разными знаменателями, которым младшие школьники еще не владеют. Тем не менее решение этой задачи вполне можно осуществить графическим методом и после изучения темы «Дроби» в начальном курсе математики.

Рассуждения строятся таким образом: если источники заполняют бассейн за 2 дня, 4 дня, 8 дней, то за один день они заполнят $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ части бассейна соответственно. Обозначив условной геометрической фигурой (например, прямоугольником или отрезком) объем работы и отметив скорость заполнения бассейна каждым из источников, получим наглядное представление об



общей производительности.

Из рисунка видно, что при одновременной работе трех источников в течение одного дня заполняется практически весь бассейн, а следовательно, ответ (правда, не совсем точный) формулируется и без выполнения арифметических действий с дробями.

Замечание: решение задач на совместную работу графическим методом на начальном этапе обучения математике возможно лишь в случае наличия в условии небольших числовых данных, наибольший общий делитель которых очевиден, например: (2, 4, 8); (3, 6); (3, 5)...

Арифметический метод

Предложенную задачу можно решить иначе, выполнив арифметические действия.

1) $8 : 2 = 4$ — бассейна заполнит первый источник за 8 дней;

2) $8 : 4 = 2$ — бассейна заполнит второй источник за 8 дней;

3) $1 + 4 + 2 = 7$ — бассейнов заполняют все источники вместе за 8 дней;

4) $7 : 8 = \frac{1}{8}$ — часть бассейна, которую заполняют все источники вместе за

1 день, т. е. время заполнения бассейна тремя источниками вместе — чуть больше одного дня.

Другой способ арифметического метода решения задач на совместную работу основан на замене неопределенного неизвестного (объема работы) каким-то конкретным числом, кратным числам из условия задачи.

Пусть бассейн вмещает 40 л воды, тогда:

1) $40 : 2 = 20$ (л/день) — производительность первого источника;

2) $40 : 4 = 10$ (л/день) — производительность второго источника;

3) $40 : 8 = 5$ (л/день) — производительность третьего источника;

4) $20 + 10 + 5 = 35$ (л/день) — общая производительность;

5) $40 : 35 > 1$ (дн.) — время заполнения бассейна при одновременном действии всех источников.

Замечание: важно, что, какое бы число ни приняли за неопределенное неизвестное, ответ будет такой же.

Задачи для самостоятельного решения.

5.1. Вася проходит расстояние между школой и домом за 15 мин. Какую часть пути он проходит за 1 мин, 2 мин, 3 мин, 5 мин?

5.2. Мастер делает всю работу за 2 ч, а его ученик — за 4 ч. Какую часть работы делает каждый из них за 1 ч? Какую часть работы сделают они вместе

за 1 ч? При совместной работе им потребуется больше или меньше двух часов? Почему? За какое время они сделают всю работу, если будут работать вместе?

5.3. Через большую трубу бассейн наполняется водой за 6 ч, а через маленькую — за 12 ч. Первая труба работала 1 ч, а вторая — 5 ч. Какую часть бассейна они заполнили? Какую часть бассейна осталось заполнить? Какая часть бассейна будет заполнена после 1 ч совместной работы? После двух, трех, четырех часов?

5.4 Иван Васильевич открыл мастерскую по производству деревянных игрушек. Он может изготовить за 8 ч 6 игрушек, а его подмастерье — за 12 ч только 3 игрушки. Сколько деревянных игрушек каждый час производит мастерская Ивана Васильевича?

5.5. Коза съедает кочан капусты за 3 мин, а ее семеро козлят — за 5 мин. Через какое время от этого кочана капусты останется лишь кочерыжка?

5.6. Из двух портов одновременно навстречу друг другу вышли теплоход и катер. Известно, что теплоход проходит это расстояние за 5 ч, а катер — за 10 ч. Через какое время теплоход и катер встретятся?

5.7. За сколько дней три брата вскопают участок под картофель, работая совместно, если первый может выполнить эту работу за 6 дней, второй — за 10, а третий — за 15 дней?

5.8. Василий может покрасить забор за 4 ч, а его более трудолюбивый друг Дмитрий выполняет эту работу в 2 раза быстрее. За какое время они покрасят забор, если будут работать вместе?

5.9. Медоносные пчелы собирают сладкий нектар с цветов и приносят его в свои улья-гнезда. Для того чтобы заполнить улей стандартных размеров, пчелам первого двора достаточно 4 дня, пчелам второго двора — 8, а пчелам третьего двора — 16 дней. За какое время заполнят улей стандартных размеров пчелы трех дворов, собирая мед вместе?

6. Задачи на движение

В основе выделения этого вида задач в отдельную группу лежит их содержание: традиционно к ним относятся задачи, связанные с величинами *скорость, время, расстояние*, — на движение одного или двух объектов, перемещающихся с разной или одинаковой скоростью, по прямым или кривым траекториям, с остановками или без них, сближающихся, удаляющихся, двигающихся по течению реки или против течения.

Их можно распределить на четыре группы.

- Задачи на вертикальное движение со спуском.
- Задачи на движение одного объекта между двумя сближающимися объектами.
- Задачи на движение мимо объектов с учетом их протяженности.
- Задачи на движение объектов, перемещающихся в одном направлении (вдогонку, с отставанием).

Примеры решения задач

Задача 1 (на вертикальное движение со спуском). В воскресенье утром гусеница начала вползать на дерево. В течение дня она вползала на высоту 5 м, а в течение ночи спускалась на 2 м. В какой день гусеница достигнет высоты 9 м?

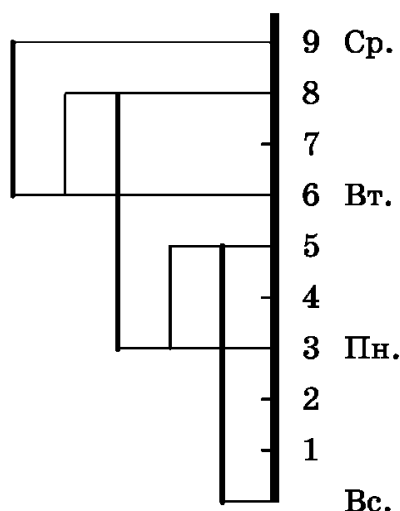
Арифметический метод

- 1) $5 - 2 = 3$ (м) — за сутки;
- 2) $3 * 2 = 6$ (м) — через двое суток;
- 3) $9 - 6 = 3$ (м) — осталось преодолеть;
- 4) $2 + 1 = 3$ (дн.).

Замечание: считается, что гусеница все время движется равномерно.

Решение арифметическим методом следует сопровождать схемой.

Графический метод



Задача 2 (на движение одного объекта между двумя сближающимися объектами). Два города, А и В, находятся на расстоянии 300 км друг от друга. Из этих городов одновременно выезжают навстречу друг другу два велосипедиста и мчатся, не останавливаясь, со скоростью 50 км/ч. Вместе с первым велосипедистом из города А вылетает муха, пролетающая в час 100 км. Муха опережает первого велосипедиста, летит навстречу второму, выехавшему из города В. Встретив его, она сразу поворачивает назад и, повстречав первого велосипедиста, летит обратно ко второму. Так продолжает она свои полеты до тех пор, пока велосипедисты не встретятся. Сколько километров пролетела муха?

Часто при решении такого вида задач ученики пускаются в разные «тонкие» и очень сложные выкладки и соображения, не уяснив главного: время полета мухи совпадает с временем движения велосипедистов. Определив его по данным в условии задачи числам и зная скорость полета мухи (100 км/ч), легко решить задачу. Полезно переформулировать условие задачи, указав все необходимые для решения сведения и отбросив данные и отношения, осложняющие задачу.

Тогда текст задачи станет следующим: «Из городов А и В, расстояние между которыми 300 км, одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста и мчатся, не останавливаясь, со скоростью 50 км/ч, пока не встретятся. Какое расстояние пролетит за это время муха, если ее скорость равна 100 км/ч?»

Арифметический метод

Способ 1

- 1) $50 + 50 = 100$ (км/ч) — скорость сближения велосипедистов;
- 2) $300 : 100 = 3$ (ч) — время в пути до встречи;
- 3) $100 * 3 = 300$ (км) — пролетит муха.

Способ 2

- 1) $300 : 2 = 150$ (км) — проехал каждый велосипедист;
- 2) $100 : 50 = 2$ (раза) — скорость мухи больше скорости велосипедиста;
- 3) $150 * 2 = 300$ (км) — пролетит муха.

Задача 3 (на движение объектов, перемещающихся в одном направлении). Мышке до норки 20 шагов. Кошке до мышки 5 прыжков. За один прыжок кошки мышка делает 3 шага. Один прыжок кошки равен 10 шагам мышки. Догонит ли кошка мышку?

Арифметический метод

Способ 1

- 1) $20 : 10 = 2$ (пр.) — кошке от мышки до норки;
- 2) $5 + 2 = 7$ (пр.) — кошке до норки;

3) $3 * 7 = 21$ (шаг) — за это время сделает мышка;

$21 > 20$, не догонит.

Способ 2

1) $10 - 3 = 7$ (шаг.) — скорость сближения кошки и мышки;

2) $5 * 10 = 50$ (шаг.) — начальное расстояние между ними;

3) $50 : 7 \sim 7$ (пр.) — надо сделать кошке, чтобы догнать мышку;

4) $3 * 7 = 21$ (шаг.) — сделает за это время мышка; $21 > 20$.

Способ 3

1) $5 * 10 = 50$ (шаг.) — начальное расстояние между кошкой и мышкой;

2) $50 + 20 = 70$ (шаг.) — начальное расстояние между кошкой и норкой;

3) $70 : 10 = 7$ (пр.) — кошке до норки;

4) $3 * 7 = 21$ (шаг) — сделает мышка; $21 > 20$.

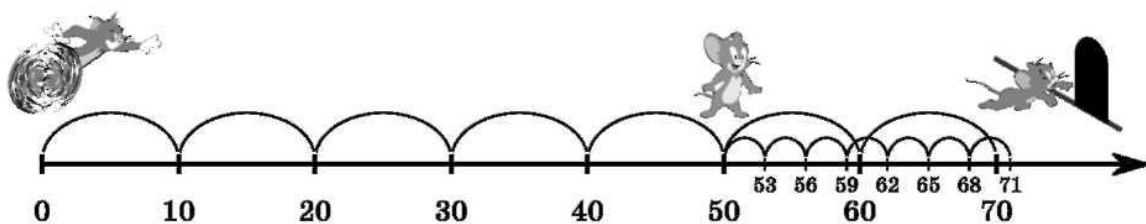
Графический метод

Для решения графическим методом нужно расположить движущиеся объекты на координатном луче: кошку в точке с координатой 0, мышку в точке с координатой 50, норку в точке с координатой 70, а затем выполнить движение по координатному лучу:

шаг 1 — кошка перемещается в точку с координатой 10, а мышка — в точку с координатой 53 ($50 + 3$);

шаг 2 — кошка перемещается в точку с координатой 20, а мышка — в точку с координатой 56 ($53 + 3$) и т. д.;

шаг 7 — кошка перемещается в точку с координатой 70 (т. е. туда, где расположена норка), а мышка — в точку с координатой 71. $70 < 71$, значит, мышка будет уже в норке.



Задачи для самостоятельного решения.

6.1. Толе от школы до дома надо пройти 520 м, а Коле — 580 м. Кто из мальчиков живет ближе к школе? Кто из них тратит на дорогу меньше времени? Кто из них идет быстрее?

6.2. Вася идет до школы 15 мин, а Петя — 10 мин. Кто из них тратит на дорогу меньше времени? Кто из мальчиков идет быстрее?

Замечание: для ответа на последние вопросы в задачах 6.1. и 6.2. недостаточно данных, поскольку это зависит от скорости.

6.3. За одно и то же время велосипедист проезжает 30 км, а пешеход проходит 10 км. У какого из объектов движения скорость больше и во сколько раз?

6.4. Расстояние между городами А и В равно 100 км. Велосипедист выехал из города А в 7 ч утра со скоростью 10 км/ч. Во сколько часов велосипедист будет в городе В? На каком расстоянии от города А велосипедист будет в полдень? На каком расстоянии от пункта А велосипедист будет через 2 ч от начала движения? При каком условии время движения будет в 2 раза меньше?

6.5. Самолет пролетит расстояние от Москвы до Владивостока за 9 ч, а поезд преодолеет его за 9 суток. Во сколько раз быстрее можно добраться от Москвы до Владивостока на самолете, чем на поезде?

6.6. Турист прошел расстояние от базы до поселка за 12 ч. За сколько часов проедет велосипедист расстояние, в 2 раза большее, чем прошел турист, если будет двигаться в 3 раза быстрее пешехода?

6.7. Расстояние от дома до школы равно 2 км 500 м. По дороге в школу Федор заметил, что он прошел 1 км за $\frac{1}{5}$ ч и на оставшийся путь у него есть еще 20 мин. Успеет ли Федор в школу, если будет идти с такой же скоростью?

6.8. Два туриста выехали на велосипедах в разное время и ехали с одинаковой скоростью. Когда второй турист проехал 5 км, то первый уже проехал 13 км. Через сколько километров пути первый турист проедет расстояние, в 2 раза большее, чем второй турист?

6.9. Автомобиль едет со скоростью 60 км/ч. На сколько он должен увеличить скорость, чтобы проезжать один километр пути на минуту быстрее?

6.10. Поезд длиной 18 м проезжает мимо столба за 9 с. Сколько времени ему понадобится, чтобы проехать мост длиной 36 м?

6.11. Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе, равно 200 км. Скорости машин 60 и 80 км/ч. Какое расстояние будет между ними через час?

6.12. Автомобиль едет со скоростью 60 км/ч. На сколько нужно увеличить скорость автомобиля, чтобы он проезжал один километр пути на полминуты быстрее?

6.13. Поезд проходит мост длиной 450 м за 45 с, а мимо телеграфного столба он едет 15 с. Вычисли длину и скорость поезда

6.14. Половину пути туристы шли пешком, а половину ехали автобусом, затратив на весь путь 5 ч 30 мин. Если бы весь путь они ехали автобусом, то затратили бы 1 ч. Сколько всего времени затратят туристы, если весь путь будут идти пешком? Во сколько раз быстрее ехать автобусом, чем идти пешком?

6.15. Кондуктор пассажирского поезда, скорость которого равна 50 км/ч, заметил, что встречный товарный поезд, идущий со скоростью 40 км/ч, прошел мимо него за 10 с. Определи длину товарного поезда.

6.16. Из города А в город В вышел поезд со скоростью 50 км/ч. Через 14 ч с аэродрома того же города вылетел самолет, который направился вдоль железной дороги в город В со скоростью, в 15 раз большей скорости поезда, и догнал его на полпути от А до В. Определи расстояние от города А до города В.

6.17. Если Аня идет в школу пешком, а возвращается автобусом, то вся дорога занимает полтора часа. Если же она едет автобусом туда и обратно, то дорога занимает 30 мин. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если в школу и из школы она пойдет пешком?

6.18. Два туриста выходят одновременно из одного города в другой. Первый проходит 4 км за час, второй — 5 км за час, и поэтому он приходит на 1 ч раньше в другой город. Каково расстояние между городами?

6.19. Два велосипедиста одновременно выехали навстречу друг другу: первый из пункта А со скоростью 20 км/ч, второй из пункта В со скоростью 15 км/ч. Какой велосипедист будет ближе к пункту А в момент их встречи?

6.20. Саша заметил, что когда он ехал в школу на автобусе, а возвращался на троллейбусе, то на весь путь было затрачено 35 мин. Когда же он туда и обратно поехал на автобусе, то потратил 40 мин. Сколько времени потратит Саша на путь в школу и обратно, если будет ехать на троллейбусе?

6.21. Пассажир поезда, идущего со скоростью 40 км/ч, заметил, что встречный пассажирский поезд, имеющий длину 75 м, прошел мимо его окна за 3 с. С какой скоростью шел встречный поезд?

6.22. Когда пассажир проехал половину всего пути, то лег спать и спал до тех пор, пока не осталось ехать половину того пути, что он проехал спящим. Какую часть пути он проехал спящим?

7. Задачи на применение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей

7.1. В спортивной команде 10 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Каково количество способов, которыми это можно сделать?

7.2. В хоровом кружке занимаются 9 человек. Необходимо выбрать двух солистов. Каково количество способов, которыми это можно сделать?

7.3. В киоске продается 5 видов мороженого и 7 видов шоколадок. Каково количество способов, которыми можно выбрать 1 шоколадку и 1 мороженое?

7.4. В магазине продаются 7 видов блокнотов и 4 вида ручек. Каково количество способов, которыми можно выбрать 1 блокнот и 1 ручку?

7.5. В столовой детского сада за столиком сидят 4 ребенка. Каково количество способов, которыми можно их рассадить?

7.6. Уроки проходят 5 дней в неделю. Класс разделен на группы по 5 человек. Нужно установить дежурство: каждый день от каждой группы 1 человек должен следить за порядком в классе и в коридоре. Каково количество способов, которыми можно установить дежурство?

7.7. В классе 13 девочек и 10 мальчиков. Нужно установить дежурство, чтобы каждый день дежурили мальчик и девочка. Каково количество способов, которыми это можно сделать?

7.8. Персонал научной лаборатории – 12 научных сотрудников и лаборантов. Нужно установить дежурство, чтобы каждый день обязанности дежурных выполняли 1 научный сотрудник и 1 лаборант. Каково количество способов, которыми это можно сделать?

7.9. В книжном магазине к кассе отправились 5 подружек. Каково количество способов, которыми они могут встать в очередь?

7.10. На прививку отправились 7 друзей. Каково количество способов, которыми они могут встать в очередь около медицинского кабинета?

7.11. Нужно усадить за стол 6 гостей на 6 стульев. Каково количество способов, которыми это можно сделать?

7.12. Нужно усадить за стол 7 гостей на 7 стульев. Каково количество способов, которыми это можно сделать?

7.13. По одной партии в шашки сыграли между собой 4 друга. Сколько всего партий было сыграно?

7.14. По одной партии в шахматы сыграли между собой 5 подруг. Сколько всего партий было сыграно?

7.15. В конце деловой встречи специалисты обменялись визитными карточками. Сколько всего визитных карточек перешло из рук в руки, если во встрече участвовало 6 специалистов?

- 7.16. В конце деловой встречи специалисты обменялись визитными карточками. Сколько всего визитных карточек перешло из рук в руки, если во встрече участвовало 7 специалистов?
- 7.17. Встретились 4 друга и пожали друг другу руку. Сколько было рукопожатий?
- 7.18. Встретились 5 одноклассников и пожали друг другу руку. Сколько было рукопожатий?
- 7.19. На конференции было 15 ученых из разных стран. Прощаясь, они обменялись визитными карточками. Сколько визитных карточек перешло из рук в руки?
- 7.20. В семинаре участвовали 20 педагогов. Прощаясь, они обменялись визитными карточками. Сколько визитных карточек перешло из рук в руки?
- 7.21. В меню столовой - 3 первых блюда, 5 вторых и 4 третьих. Сколько различных вариантов обедов, состоящих из первого, второго и третьего блюд можно составить?
- 7.22. В меню столовой – 2 первых блюда, 6 вторых и 4 третьих. Сколько различных вариантов обедов, состоящих из первого, второго и третьего блюд, можно составить?
- 7.23. Имеется 6 видов овощей. Решено приготовить салат из трех видов овощей. Сколько различных вариантов салата можно приготовить?
- 7.24. Имеется 5 видов фруктов. Решено приготовить десерт из трех видов фруктов. Сколько различных вариантов десерта можно приготовить?
- 7.25. У дрессировщика 3 льва, 4 тигра и 2 рыси. Каково количество вариантов выхода животных на арену?
- 7.26. У дрессировщика 4 льва, 5 тигров и 2 рыси. Каково количество вариантов выхода животных на арену?
- 7.27. В коробке – 4 шара: белый, красный, синий, зеленый. Нужно вынуть 2 шара. Сколько комбинаций шаров может быть?
- 7.28. У Юли есть 3 разные юбки и 7 разных блузок. Она собирается в театр и решает, что ей надеть. Сколько вариантов может быть у Юли?
- 7.29. Бабушка развела гусей и кроликов. Внук посчитал: у них вместе 25 голов и 54 лапы. Сколько гусей и сколько кроликов было у бабушки?
- 7.30. В стаде есть одногорбые и двугорбые верблюды. Всего 45 голов и 68 горбов. Сколько одногорбых верблюдов в стаде и сколько двугорбых?
- 7.31. В корзине лежит меньше 100 орехов. Их могут разделить поровну 2, 3 или 5 человек, а 4 человека разделить поровну не смогут. Сколько орехов может быть в корзине?

8. Задачи на «проценты»

8.1. Нахождение процентов числа

1. В школе 400 учащихся, 52% этого числа составляют девочки. Сколько мальчиков в школе?
2. Товар стоил 5000 р. Его цена повысилась на 20%. Какова новая цена товара?
3. Масса сушёных груш составляет 20% массы свежих. Сколько сушёных груш получится из 350 кг свежих? Сколько процентов массы свежих груш потеряется при сушке?
4. Что больше 30% от 40 или 40% от 30?
5. Банк выплачивает доход из расчёта 2% вложенной суммы в год. Сколько рублей оказалось на счёте через год, если на него положили 70000 р.?
6. Надо окрасить 60 м² поверхности стены. 75% работы уже сделали. Какую площадь осталось окрасить?

8.2. Нахождение числа по его процентам

1. Трава при сушке теряет 80% своей массы. Сколько тонн травы надо накопить, чтобы засушить 14 тонн сена?
2. Цена альбома была снижена на 15%. Новая цена альбома 34 рубля. Определите его первоначальную цену.
3. Цена товара повысилась на 30% и составляет теперь 91 рубль. Сколько стоит товар до повышения цены?
4. Сколько учеников в классе, если 1 ученик составляет 4% всех учащихся класса?
5. При продаже товара за 693 рубля получено 10% прибыли. Определите себестоимость товара.
6. 60% класса пошли в кино, а остальные 12 человек на выставку. Сколько учащихся в классе?

8.3. Нахождение процентного отношения

1. Даша прочитала 120 страниц, ей осталось прочитать 130 страниц книги. Сколько процентов всех страниц она прочитала?
2. В месяце было 12 пасмурных и 18 солнечных дней. Сколько процентов месяца составляют солнечные дни? Пасмурные дни?
3. На сколько процентов 50 больше 40?
4. Цена товара снизилась с 40 рублей до 30 рублей. На сколько процентов снизилась цена?

5. Для приготовления компота купили 2 кг чернослива, 1 кг изюма, 4 кг кураги, 5 кг сушёных яблок, 3 кг сушёных груш. Сколько процентов всего компота составляют груши?

6. Масса ящика с товаром 11,5 кг. Масса товара 9,2 кг. Сколько процентов масса пустого ящика составляет от массы ящика с товаром?

8.4. Зарплаты, пенсии, стипендии

1. В декабре сотрудникам фирмы была выплачена премия в размере 250% ежемесячной зарплаты. Какую премию получил сотрудник, зарплата которого была 6000руб.?

2. В России каждый работающий человек платит со своего заработка подоходный налог, составляющий 13%. Какова у Сергея величина заработка, если его подоходный налог 910 рублей?

3. Сотрудники некоторого предприятия отчисляют в пенсионный фонд 4% от заработной платы. Во сколько раз отличается размер пенсионных отчислений при зарплате в 10000 рублей и 8000 рублей?

4. После окончания университета дипломник имеет возможность получить одну из двух работ. На одной из них его годовой заработок в первый год составит 150000 рублей, а за тем ежегодно будет увеличиваться на 15% от этой суммы. На второй работе в первый год его заработок составит 100000 рублей, и затем ежегодно к нему будет добавляться 20% от предыдущего заработка. На какой из работ заработок будет выше в третий год работы? Укажите величину заработка

5. За год стипендия увеличилась на 32%. В первом полугодии стипендия увеличилась на 10%. Определите, на сколько процентов увеличилась стипендия во втором полугодии?

6. С 1 октября 2007 года размер базовой части трудовой пенсии по старости возрос до 1260 рублей, это на 147 рублей больше, чем было после индексации. На сколько процентов был увеличен размер базовой части пенсии?

7. Сергею зарплату с 1 сентября 2007 года увеличили на 15%, но при этом уменьшили выплаты из над тарифного фонда на 300 рублей. На сколько процентов реально увеличилась его заработная плата, составлявшая до 1 сентября 6000 рублей?

8.5. Распродажа

1. Зонт стоил 360 рублей. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре – еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?

2. На сезонной распродаже магазин снизил цены на обувь сначала на 24%, а потом еще на 10%. Сколько рублей можно сэкономить при покупке кроссовок, если до снижения цен они стоили 593 рубля?

3. На весенней распродаже в одном магазине шарф стоимостью 350 рублей уценили на 40%, а через неделю еще на 5%. В другом магазине шарф такой же стоимости уценили сразу на 45%. В каком магазине выгоднее купить этот шарф?

4. Во время распродажи масляные краски для рисования стоимостью 213 рублей за коробку продавали на 19% дешевле. Сколько примерно денег сэкономит художественная студия, если она купит партию в 150 коробок?

5. В комиссионном магазине цена выставленного на продажу товара каждый месяц снижается на 20% от предыдущей цены. Куртка была выставлена на продажу по цене 2000 рублей. Сколько раз снижалась цена куртки, если она была продана за 1024 рубля?

6. Торговая база закупила партию альбомов и поставила её магазину по оптовой цене, которая на 30% больше закупочной. Магазин установил розничную цену на альбом на 20% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с закупочной ценой, если на распродаже он приобрел альбом за 70,2 рубля?

7. Стоимость компьютера 1250 долларов. Какова будет его стоимость после снижения цен на 20%?

8. Торт стоил 100 рублей. Сначала цену повысили на 10%, а затем снизили на 10% (от новой цены). Сколько теперь стоит торт?

9. Булочка стоила 10 рублей. Сначала цену повысили на 10%, а затем снизили на 10% (от новой цены). Сколько теперь стоит булочка?

10. Весной яблоки продавали по цене 35 рублей, а к осени их цена была снижена на 15%. Какой стала цена яблок после второго снижения?

11. Цена нового автомобиля 120000 рублей. При нормальных условиях эксплуатации его продажная стоимость с каждым годом уменьшается на 8% от первоначальной цены.

а) За сколько рублей сможет продать автомобиль его владелец через 5 лет?

б) Через сколько лет продажная стоимость автомобиля станет меньше 30000 рублей?

12. Цена книги была повышена на 10%. В конце года вновь была установлена старая цена. На сколько процентов снизили цену книги в конце года?

13. В одной из газет автор заметки писал о скидках, к которым прибегают в магазинах перед большими праздниками. Продавцы заранее увеличивают цены на 20%, а потом делают большую праздничную скидку на 30%. По мнению автора скидка фактически составляет 10%. А сколько она составляет на самом деле?

14. Оптовая цена товара на складе 5500 рублей. Торговая надбавка в магазине составляет 12%. Сколько стоит этот товар в магазине?

8.6 Тарифы

1. Стоимость проезда в городском автобусе составляет 5 рублей. В связи с инфляцией она возросла на 200%. Во сколько раз повысилась стоимость проезда?

2. Стоимость минуты телефонного разговора по мобильной связи была снижена на 20%. Как при этом изменятся расходы Николая на телефон, если он сократит время разговоров в 2 раза?

3. В газете сообщается, что с 10 июня согласно новым тарифам стоимость отправления почтовой открытки составит 3 рубля 15 копеек вместо 2 рублей 75 копеек. Соответствует ли рост цен на услуги почтовой связи росту цен на товары в этом году, который составляет 14,5%?

4. В этом году тарифы на услуги лодочной станции оказались на 20% ниже, чем в прошлом году. Можно ли утверждать, что в прошлом году тарифы были на 20% выше, чем в нынешнем году?

5. Стоимость проезда в автобусе от поселка до райцентра составляла 10 рублей, сейчас она составляет 12 рублей. На сколько процентов возросла стоимость?

6. В начале года тариф на электроэнергию составлял 40 коп. за 1 кВт/ч. В середине года он увеличился на 50%, а в конце года – еще на 50%. Верно ли, что за год тариф увеличился на 100%?

7. В районной поликлинике стоимость УЗИ возросла со 120 рублей до 180 рублей. На сколько процентов возросла стоимость исследования?

8.7 Штрафы

1. Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 рублей. Оплата должна производиться до пятнадцатого числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4% от суммы оплаты занятий за 1 месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату за неделю?

2. За несвоевременное выполнение договорных обязательств сотрудник фирмы лишается 25% месячного оклада, и кроме того, за каждый просроченный месяц к штрафу прибавляется 5% месячного оклада. Оклад сотрудника 10000 рублей. В каком размере он должен заплатить штраф при нарушении на 5 месяцев?

3. Ежемесячно семья Комаровых платит за электроэнергию 60 рублей. За каждый просроченный день взимается 0,5% с оплаченной суммы. Сколько заплатят Комаровы за электроэнергию, если они просрочат оплату на 2 дня?

4. Пешеход перешел улицу в неполюженном месте, и милиционер наложил на него штраф в 30 руб. Штраф необходимо уплатить до 5 марта, после чего за каждый просроченный день будут начисляться дополнительно 2 % от суммы штрафа. Сколько придется заплатить пешеходу, если он просрочит уплату штрафа на 10 дней?

5. При внесении квартирной платы на один день позже установленного срока начисляется пеня в размере 3% от суммы платежа. Сколько придется заплатить в случае задержки квартирной платы на два месяца, если квартирная плата составила 1000 рублей?

9. Составление практико-ориентированных задач учащимися

При работе с практико-ориентированными задачами нельзя пройти мимо вопроса о самостоятельном составлении задач учениками. При решении задач того или другого вида проверить качество усвоения вопроса можно такими заданиями: придумать задачу, в которой надо найти одну из трёх величин скорость протекания процесса, время или продукт его сначала с одним объектом, а потом с несколькими. Придумать задачу, в которой требуется найти часть от числа, составить задачу на прямую пропорциональную зависимость и т.д. При этом вначале, следуя принципу «от простого к сложному», предлагаются задачи в одно действие.

Необходимо избегать шаблона в этой работе, когда составляется слишком большое количество задач совершенно однотипных. Такая работа для учеников мало продуктивна. Вслед за простенькими задачами можно предложить ученикам составлять так называемые комбинированные задачи, то есть такие, в которых к новому материалу предлагается присоединить материал, пройденный ранее. При этом, конечно, следует учитывать способности разных учащихся. Если ученику не под силу составление сложной задачи, пусть он придумает простую или предложить составить задачу по готовому условию, которое оформлено, например, в виде таблицы:

	V	t	S
Объект 1	15км/ч	2ч	} 90 км
Объект 2		5ч	

Для составления задач надо учащимся дать ряд указаний:

1. Задача должна иметь все необходимые данные и чётко поставленный вопрос.

2. Предметное содержание и числовые соотношения задачи должны соответствовать действительности.

3. Очень желательно, чтобы числовые данные, хотя бы частично, добывались самими учащимися, для этого рекомендовать использовать журналы, газеты, исторический материал, производственную практику родителей.

Составление условия задачи – хорошее упражнение в краткой и точной математической речи. При таком подходе к составлению задач ясно, что работа эта вызывает большую самостоятельность, интерес, развивает творчество. Решение прикладной задачи тогда эффективно, когда учащиеся встречались с описываемой ситуацией в реальной действительности: в быту, на экскурсии, при изучении других предметов. Эффективным средством является широкое использование наглядности: фотографий, слайдов, плакатов, рисунков и т.д. Практико-ориентированная задача повышает интерес учащихся к самому предмету, поскольку для подавляющего большинства ценность математического образования состоит в ее практических возможностях.

Ответы

3.1. Нет.

3.2. 16 окуней.

3.3. 3 кг.

3.4. 1 кг — это кусок сыра, значит, сыр весит 4 кг.

3.5. Ответом могут быть любые два числа, одно из которых на 20 больше другого, например 30 и 10.

3.6. 14 яблок.

3.7. Нет, так как все лягушки съедены за завтраком и обедом.

3.8. 3 конфеты.

3.9. 36 галок.

3.10. 42 книги.

3.11. 8 пирожков.

3.12. 150 зверей.

3.13. 40 орехов.

3.14. 96 конфет.

3.15. Всего 40 л, по 10 л ежедневно.

3.16. 22 л; 14 л; 12 л.

3.17. 14 блинчиков

3.18. 84 руб

3.19. 20 стр

3.20. 100 км.

3.21. На 5 ед. длины

3.22. 147 стр.

3.23. 405 кг.

3.24. 605 л

3.25. 22 ученика

3.26. 26 тетрадей

3.27. 114 шаров

3.28. 6 км.

3.29. 140 км.

4.1. 20 км; 30 км; 10 км.

4.2. 26 зверей.

4.3. 5 см, 7 см и 4 см.

4.4. Так как Тимофею 6 лет, а Ивану 9 лет, то Марусе может быть 7 лет или 8 лет.

4.5. Общее количество карандашей может быть равно 47, 38, 29. Проверим первое из них 1) $47 + 13 = 60$ (кар.) — если у Светы столько же карандашей, сколько у Раи; 2) $60 : 4 = 15$ (кар.) — у Раи; 3) $15 - 13 = 2$ (кар.) — у Светы; 4)

$15 \cdot 2 = 30$ (кар.) — у *Кати*. Проверка: $30 + 2 + 15 = 47$. Остальные числа (38 и 29) не подходят.

4.6. 18 белых роз; 6 красных.

4.7. 20 коров

4.8. 10 и 22 вагона

4.9. 15 см.

4.10. 14 конфет; 23 конфеты.

4.11. 12 кустов.

4.12. 60 кг.

4.13. 14 свиной

4.14. 100 кг.

5.4.1 игрушку в час.

5.5. Примерно через 2 мин.

5.6. Примерно через 3 ч.

5.7. За 3 дня.

5.8. За 1 ч 20 мин.

5.9. Примерно за 2 дня.

6.5. В 24 раза быстрее.

6.6. 8 часов.

6.7. Успеет.

6.8. В 2 раза.

6.9. Решения нет, так как если автомобиль увеличит скорость в 2 раза, или на 60 км (до 120 км/ч), то он будет проезжать 2 км/мин или 1 км за 30 с, т. е. 1 км автомобиль будет проезжать на полминуты быстрее, а не на минуту.

Заметим, что даже увеличение скорости до нереальных значений — 240 км/ч или 4 км/мин, когда автомобиль проезжает 1 км за 15 с, не удовлетворяет условию, поскольку 1 км автомобиль будет проезжать только на 45 с быстрее.

6.10. 27 секунд

6.11. Ответ зависит от направления движения машин: $200 + (60 + 80) = 340$ (км) — если машины едут в разные стороны; $200 - (60 + 80) = 60$ (км) — если машины едут навстречу друг другу; $200 + (80 - 60) = 220$ (км) — если машины движутся в одном направлении с отставанием; $200 - (80 - 60) = 180$ (км) — если машины движутся в одном направлении вдогонку.

6.12. На 60 км/ч.

6.13. 15 м/с — скорость поезда ($15 \text{ м/с} = 54 \text{ км/ч}$; 225 (м) — длина поезда.

6.14. В 10 раз быстрее на автобусе, чем пешком.

6.15. 250 м.

6.16. 1500 км.

6.17. 2 ч 30 мин.

6.18. 20 км. Задача решается методом подбора.

6.19. В момент встречи движущиеся объекты будут находиться в одном месте, значит, расстояние до данного пункта будет одинаковым.

6.20. 30 мин.

6.21. 50 км/ч — скорость встречного поезда.

6.22. $\frac{1}{3}$ часть пути, так как в половине пути 3 равные части, 2 из которых пассажир спал.

7.1. 20

7.2. 36

7.3. 6

7.4. 6

7.5. 24

7.6. 120

7.7. 130

7.8. 72

7.9. 120

7.10. 5040

7.11. 720

7.12.5040

7.13.6

7.14.10

7.15.30

7.16.42

7.17.6

7.18.10

7.19.210

7.20.380

7.21.60

7.22.48

7.23.60

7.24.30

7.25.24

7.26.40

7.27.6

7.28.21

7.29.2 кролика 23 гуся

7.30.22 – одnogорбых и 23 двугорбых

7.31.30 или 90

8.1.

1. 192 мальчика

2. 6000 р.

3. 70 кг, 80%

4. равно

5. 71400 р.

6. 15 м²

8.2.

1. 70 тонн

2. 40 р.

3. 70 р.
4. 25 человек
5. 630 рублей
6. 30 человек

8.3.

- 1.48%
- 2.60%, 40%
- 3.25%
- 4.25%
- 5.20%
6. 20%

8.4.

1. 15000 р.
- 2.7000 р.
- 3.В 1,25 раз
- 4.19837,5 р
- 5.20 %
- 6.13,2%
7. 10%

8.5.

1. 275 р. 40 коп
2. 405 р.60 коп
3. Во втором магазине
4. Примерно 6000 р.
5. 3 раза
6. 20,2 р.
7. 1000 р.
8. 99 р.
9. 9 р. 90 коп
10. 23 р. 80 коп.
11. а) 7200 р. б) через 10 лет
12. $9 \frac{1}{11}\%$
13. 16
- 14.6160

8.6.

1. В 3 раза
2. Уменьшилась в 2,5 раза
3. да
4. нет
5. 20%
6. нет
7. 50%

8.7.

1. 320 рублей.
2. 5000 рублей.
3. 60 рублей 60 копеек.
4. 36 рублей
5. 2090 руб. 90 коп.